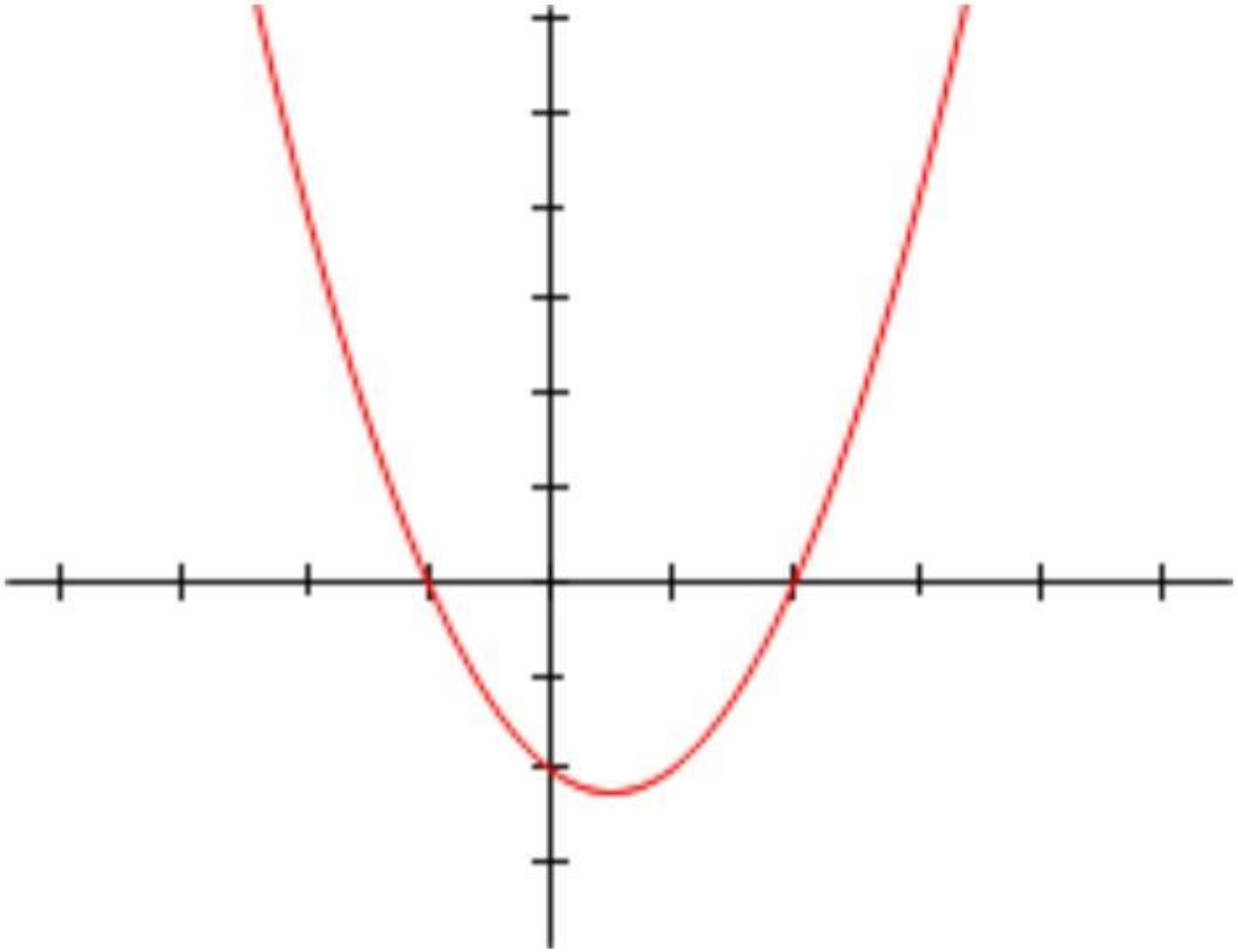
Графика на квадратна функция

Изготвил: Ваня Бутилова IX а клас



$f(x) = x^2 - x - 2$

Графика и свойства

- Графиката на такава функция с реадискриминантаталниkoефициенти е парабола, която пресича абсцисната ос в точки с координати $A(x_1,0)$ и $B(x_2,0)$, когато дискриминантата е D=b^{2}-4ac} на квадратното уравнение $f(x) = 0$ е положителна. Числата x_1 и x_2 са корени на това уравнение и могат да се намерят по формулата

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Върхът на параболата е точката с координати $(-b/2a, -D/4a)$, а оста ѝ е правата с уравнение $x = -b/2a$, която минава през върха и е успоредна на ординатната ос.

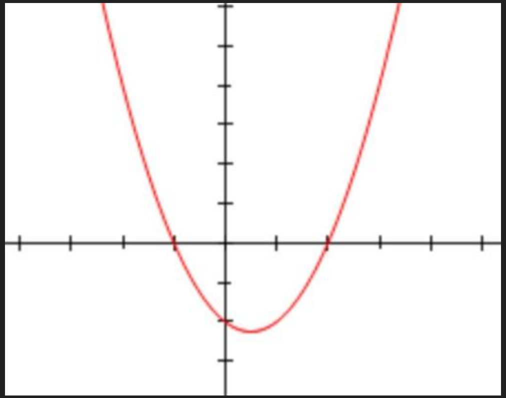
Когато коефициентът a е равен на 0, квадратното уравнение $f(x) = 0$ се свежда до решаване на линейното bx+c=0}, което при $b = 0$ няма реални корени, а при b, различно от 0, се получава

$$x = -\frac{c}{b}.$$

При коефициент $a \neq 0$ и $D = b^2 - 4ac = 0$ уравнението има един двоен корен, който се изчислява по формулата $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$. В този случай графиката на квадратната функция е парабола, която се допира до абсцисната ос.

Ако дискриминантата на уравнението е отрицателно число, уравнението има само комплексни корени.

За $a = 1$, $b = c = 0$ графиката на степенната функция $f(x) = x^2$ е парабола в нормален вид и върхът ѝ съвпада с координатното начало. Тя е разположена симетрично спрямо ординатната ос и е отворена към нейната положителна посока.



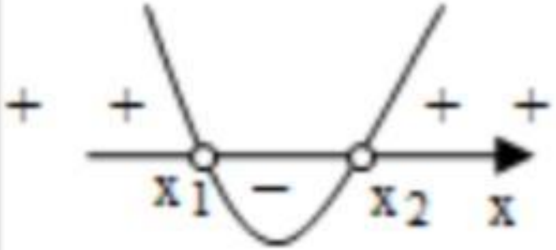
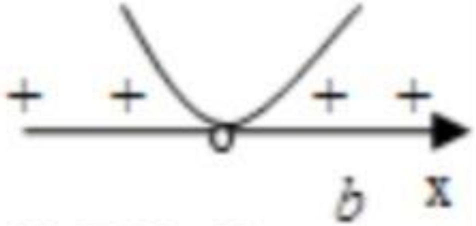
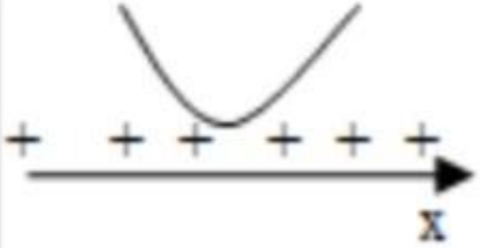
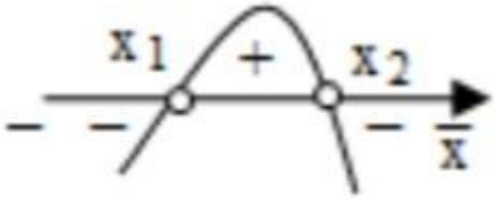
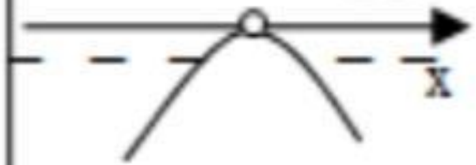
При $a \neq 1$ графиката на функцията $f(x) = ax^2$ е свита или разтегната относно нормалата парабола в зависимост от това, дали $a > 1$ или $a < 1$. Когато $a < 0$, графиката е огледално отразена спряма абсцисната ос. Графиката на функцията $f(x) = x^2 + c$ се получава от параболата в нормален вид чрез преместване на $|c|$ единици в положителна или отрицателна посока в зависимост от знака на c.

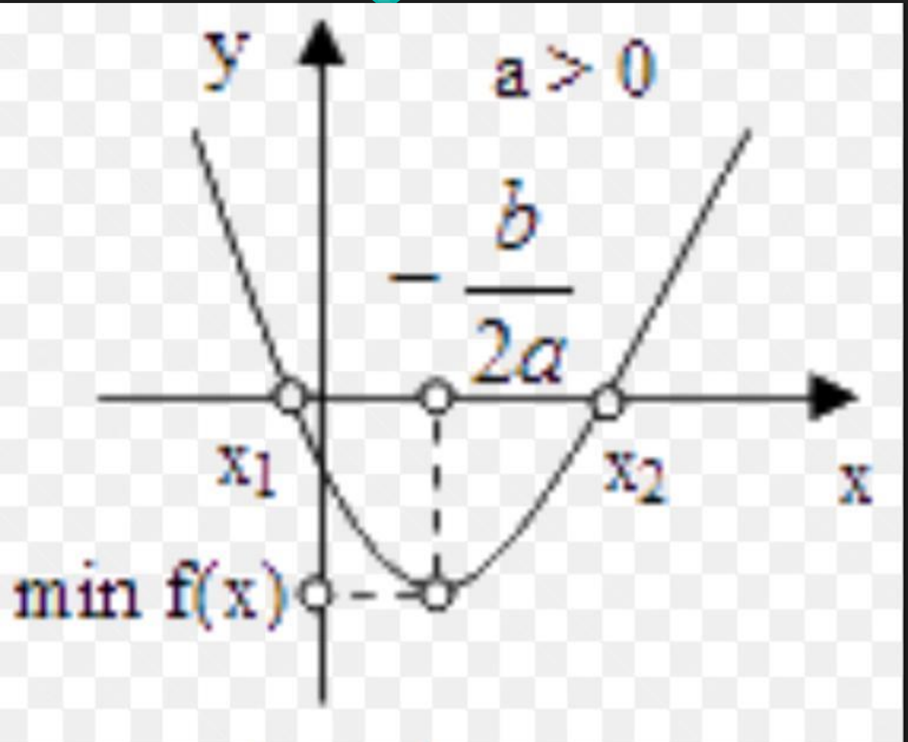
Дефиниционната област на квадратната функция f(x) се разпада на два интервала на монотонност.

При $a > 0$ квадратната функция е намаляваща в интервала $(-\infty, -b/2a]$ и е растяща в интервала $[-b/2a, \infty)$. Във всеки от тези интервали квадратната функция има по една обратна функция. Най-малката стойност на функцията е $f(-b/2a)$.

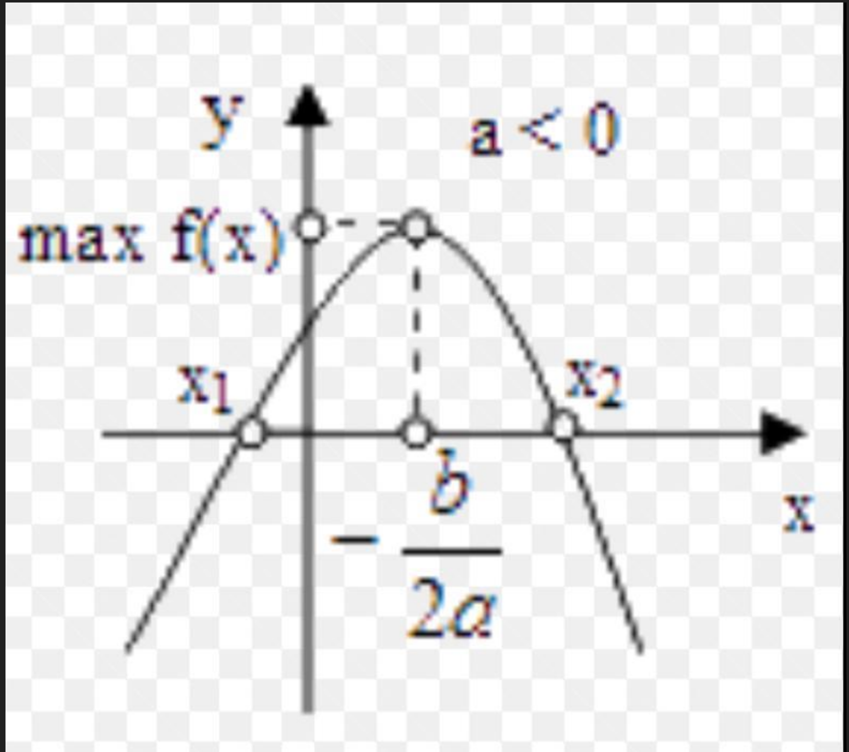
При $a < 0$ функцията е растяща в интервала $(-\infty,-b/2a]$ и е намаляваща в интервала $[-b/2a, \infty)$. Най-голямата стойност на функцията е $f(-b/2a)$.

Таблица №1

	D > 0	D = 0	D < 0
a > 0		 $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$	
a < 0		$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$ 	



фиг. 1



фиг. 2

Разлагане на линейни множители

- Когато квадратният тричлен $ax^2 + bx + c$ има реални корени x_1, x_2, т.е. когато $D \geq 0$, той може да се разложи на линейни множители с реални коефициенти:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2).$$

При $x_1 = x_2$, т.е. при $D = 0$, имаме

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)^2.$$

Когато квадратният тричлен няма реалн корени, той не може да се представи като произведение на линейни множители с реални коефициенти.

Благодаря за вниманието!