

Функции

Алекса Маринова 9в клас
Преподавател Н.Георгиева

Съдържание

1. Функции. Определение
2. Начини за представяне на функция
3. Графика на линейна функция
4. Графика на функцията $y=ax^2$; $a \neq 0$
5. Графика на квадратната функция $y=ax^2 + bx + c$; $a \neq 0$

Функции. Определение

Функция в математиката е съпоставяне на определена величина, наричана аргумент, на друга величина, наричана стойност, като на всеки аргумент се съпоставя точно една стойност.

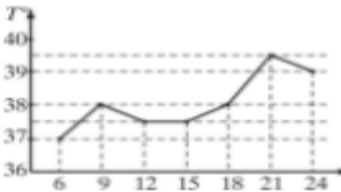

а) Аргументът и стойността могат да бъдат реални числа, но също и елементи на всяко друго множество

- пример: Пример за функция е $f(x)=2x$ – функция, която съпоставя на всяко число числото, два пъти по-голямо от него. Така на 5 се съпоставя 10, което се изписва като $f(5)=10$.

б) Аргументите на функциите могат да бъдат не само числа, но и други добре определени обекти. Например, дадена функция може да съпоставя на буквата А числото 1, на буквата В числото 2 и така нататък.

Начини за представяне на функция

Съществуват много начини за описване или представяне на функциите – формули, алгоритми, изчисляващи стойностите за различни аргументи, графики, които дават графично изображение на стойностите, или таблици със стойностите за конкретни аргументи, често използвани в статистиката, природните науки и техниката.

1. Аналитично (чрез формула)	2. Описателно (чрез думи)	3. Таблично (чрез таблица)	4. Графично	5. Диаграма						
Пр. $y = f(x) = \frac{x+3}{x-4}$	Пр. В час по география разглеждаме някои държави и техните столици	Пр. Решени задачи по математик а в продължение на седмица	Пр. На чертежа е начертано с термограф* изменението на температурата на въздуха в продължение на едно денонощие.	Пр. На чертежа е начертана хистограма, която показва изменението на печалбата на производствено предприятие (в млн. лв.) през дванадесетте месеца на една година.						
у-функционална стойност х- променлива (аргумент)	Рим – Италия София – България Москва – Русия Париж - Франция	<table border="1"> <thead> <tr> <th data-bbox="703 419 794 514">Ден от седм.</th> <th data-bbox="794 419 884 514">Брой задачи</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="703 514 794 565">Пн</td> <td data-bbox="794 514 884 565">10</td> </tr> <tr> <td data-bbox="703 565 794 612">Вт</td> <td data-bbox="794 565 884 612">13</td> </tr> </tbody> </table>	Ден от седм.	Брой задачи	Пн	10	Вт	13	или 	
Ден от седм.	Брой задачи									
Пн	10									
Вт	13									
ДМ: $x \neq 4$ Можем да пресметнем стойността на израза за всяко x , различно от 4	А Рим * София * Москва* Париж *	<table border="1"> <tbody> <tr> <td data-bbox="703 612 794 707">Ср</td> <td data-bbox="794 612 884 707">15</td> </tr> <tr> <td data-bbox="703 707 794 827">Чт</td> <td data-bbox="794 707 884 827">17</td> </tr> </tbody> </table>	Ср	15	Чт	17				
Ср	15									
Чт	17									
при $x=3$ $y=f(x) = \frac{x+3}{x-4}$ $= \frac{3+3}{3-4} = -6$	В * България * Франция * Италия * Русия * Англия	<table border="1"> <tbody> <tr> <td data-bbox="703 827 794 904">Пт</td> <td data-bbox="794 827 884 904">17</td> </tr> <tr> <td data-bbox="703 904 794 969">Сб</td> <td data-bbox="794 904 884 969">15</td> </tr> <tr> <td data-bbox="703 969 794 1075">Нд</td> <td data-bbox="794 969 884 1075">13</td> </tr> </tbody> </table>	Пт	17	Сб	15	Нд	13		
Пт	17									
Сб	15									
Нд	13									

Графика на линейна функция

Да се построи графиката на линейната функция $y = \frac{1}{2}x + 3$.

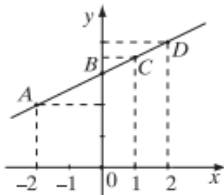
Решение:

За произволни стойности на x ще пресметнем съответните стойности на y .

x	-2	0	1	2
$y = \frac{1}{2}x + 3$	2	3	$3\frac{1}{2}$	4

Построяваме точките

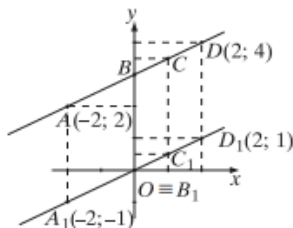
$A(-2; 2)$, $B(0; 3)$, $C(1; 3\frac{1}{2})$, $D(2; 4)$.



От чертежа се вижда, че точките A , B , C и D са върху една права линия. Стойностите, които дадохме на аргумента x , избрахме произволно. Тогава можем да направим извода, че всички точки с координати $(x; y = \frac{1}{2}x + 3)$ лежат на една права. Тази права наричаме графика на линейната функция $y = \frac{1}{2}x + 3$.

За произволно x стойността на функцията пресмятаме, като към стойността на функцията $y = \frac{1}{2}x$ (права пропорционалност) прибавим 3.

x	-2	0	1	2
$y = \frac{1}{2}x + 3$	$-1 + 3$	$0 + 3$	$\frac{1}{2} + 3$	$1 + 3$



Графиките на функциите $\frac{1}{2}x$ и $y = \frac{1}{2}x + 3$ са успоредни прави.

- Линейна функция е функция, чийто аналитичен израз е $y = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$ (\mathbb{R} - истински числа)
 - При $b=0$ линейната функция е права пропорционалност
- Ако две линейни функции $y = a_1x + b_1$ и $y = a_2x + b_2$ имат $a_1 = a_2$ и $b_1 \neq b_2$, то графиките им са **успоредни прави**.

Графиката на линейната функция е **права линия**

Една права се определя от две точки. Ето защо при построяване графиката на линейната функция е достатъчно да построим **две точки от тази графика**.

Графика на функцията $y=ax^2$; $a \neq 0$

Графиката на функцията $y = x^2$ се нарича парабола. Точката $O(0; 0)$ се нарича връх на параболата. Оста Oy се нарича ос на параболата.

Графиката на функцията $y = ax^2$, $a > 0$:

- е парабола, разположена в I и II квадрант;
- е симетрично разположена спрямо ординатната ос.

Функцията $y = ax^2$, $a > 0$:

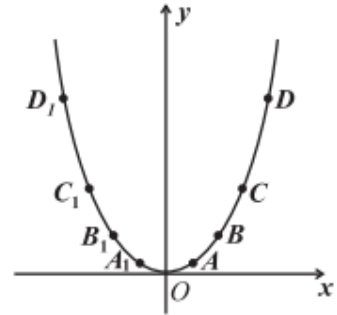
- има най-малка стойност 0, която се получава при $x = 0$;
- приема произволно големи стойности.

Графика на функцията $y = x^2$, $D: x \in (-\infty; +\infty)$

Функцията $y = x^2$, $D: x \in (-\infty; +\infty)$, е определена за всяко x .

Ще построим няколко точки от графиката на тази функция, като предварително пресметнем координатите им и ги подредим в таблица.

x	-2	$-1\frac{1}{2}$	-1	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	2
$y = x^2$	4	$2\frac{1}{4}$	1	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	1	$2\frac{1}{4}$	4
точки	D_1	C_1	B_1	A_1	O	A	B	C	D



Графика на квадратната функция $y = ax^2 + bx + c$; $a \neq 0$

1. Построяваме върха на параболата.
2. Намираме координатите на допълнителни точки от параболата.
3. Построяваме параболата, като използваме оста ѝ на симетрия.

$$y = x^2 - 4x + 7.$$

1. Намираме върха на параболата:

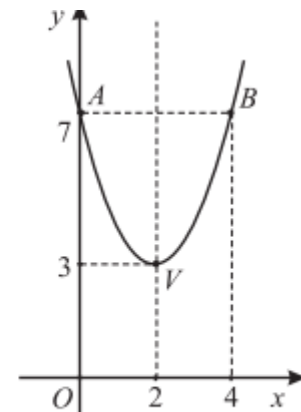
$$\begin{cases} x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \cdot 1} = 2, & V(2; 3). \\ y_v = 2^2 - 4 \cdot 2 + 7 = 3 \end{cases}$$

2. Намираме допълнителни точки A и B от параболата, симетрични спрямо оста ѝ. Например

$$x_A = x_v - 2 = 0, \quad y_A = 0^2 - 4 \cdot 0 + 7 = 7, \quad A(0; 7);$$

$$x_B = x_v + 2 = 4, \quad y_B = 4^2 - 4 \cdot 4 + 7 = 7, \quad B(4; 7).$$

3. Построяваме параболата.



Функцията от вида $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, $D: x \in (-\infty; \infty)$, се нарича квадратна функция.

Благодаря за вниманието!